交通ネットワーク信頼性解析に向けた Network Science 指標の適用関係性に関する考察

岐阜大学　安藤宏恵　倉内文孝　明光就平

1.　はじめに

- 災害に対し冗長かつ強靭な交通ネットワークの構築は重要な課題
- 従来手法の課題
  - 結果が災害発生確率に依存する点
  - 配分計算や経路の数え上げ等を必要とし，計算負荷が大きい点

目的

Network Science の考え方を援用し，ネットワーク特性分析による交通ネットワーク信頼性の新たな評価指標を構築

- 先行研究
  - 倉内（2017）は仮想的ネットワークにて従来の交通工学的手法との比較
  - 明光ら（2017）はSpectral Partitioning法によって重要リンク群の抽出

Network Science指標の特性，適用可能性把握のため，10都市の実ネットワークにて検証
- 評価指標の相関性
- 重要リンク群の抽出傾向

2.　指標の特性分析

- スペクトラルグラフ理論

グラフの持つ特性を隣接行列，ラプラシアン行列などを活用して考察するもの

- 次数行列 $\mathbf{D}$
- 隣接行列 $\mathbf{A}$
- ラプラシアン行列 $\mathbf{L}=\mathbf{D}-\mathbf{A}$
- 正規化ラプラシアン行列 $\mathbf{N}=\mathbf{D}^{-0.5}\mathbf{L}\mathbf{D}^{-0.5}$

ラプラシアン行列の固有値（$\lambda_1\le\lambda_2\cdots\le\lambda_n$），正規化ラプラシアン行列の固有値（$\nu_1\le\nu_2\cdots\le\nu_n$）は，様々な接続に関連する指標の上界・下界値を与え，それ自身が接続性の指標となる.

Algebraic Connectivity （代数的連結度）

全体グラフ$\mathbf{V}$とサブセット$\mathbf{S}$において，$\mathbf{S}$とそれ以外をつなぐリンクセットを$\partial(\mathbf{S})\equiv\{(u,v)\in\mathbf{E}: u\in\mathbf{S}, v\in\mathbf{V}-\mathbf{S}\}$と定義する．このとき以下のようなベクトル$x_s$を考える．

$$x_S(u)=\begin{cases}1/m & \text{if } u\in\mathbf{S}\\ 1/(m-n) & \text{if } u\in\mathbf{V}-\mathbf{S}\end{cases}$$

このとき，$\mathbf{x}_s\perp\mathbf{1}$であるため，

u,v :ノード
n:すべてのノード数
m : $\mathbf{S}$に含まれるノード数

$$\lambda_2\le\frac{\mathbf{x}_S^T\mathbf{L}_G\mathbf{x}_S}{\mathbf{x}_S^T\mathbf{x}_S}=\frac{n}{m(n-m)}\sum_{e\subseteq\partial(\mathbf{S})}w_e$$

と書くことができ，ラプラシアン行列第二最小固有値は右辺の最小値

mと$n-m$がほぼ同数，ノード数が等分される

境界に属するリンクの重みの総和を小さく

「境界リンクの重みの和が最小になりつつネットワークがほぼ等分になるような事象の起きやすさ」

Network Entropy

移動をマルコフ行列$\mathbf{P}=(\mathrm{P}_{ij})$による確率過程としたとき，$\sum_j \mathrm{P}_{ij}=1$，その定常分布は$\boldsymbol{\pi}=\boldsymbol{\pi}\mathbf{P}$であり，この動的Entropy $H(\mathbf{P})$ をNetwork Entropyと定義する．

$$H(\mathbf{P})=\sum_{i=1}^{N}\pi_i H_i,$$

ただし

$$\mathrm{H_i}=-\sum_j p_{ij}\log p_{ij}$$

- ある特定のマルコフ行列$\mathbf{P}$を用いると

$$\log\mu_1=-\sum_{ij}\pi_i p_{ij}\log p_{ij}+\sum_{ij}\pi_i p_{ij}\log a_{ij}$$

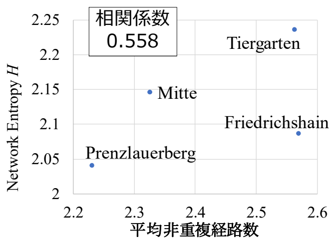
- リンクの重みを考慮しないとき

$$H=\log\mu_1$$

Demetrius and Manke（2005）によるとNetwork Entropy の値はシステムの頑健性と比例関係である.

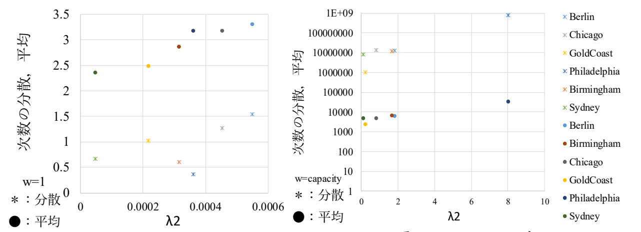
非重複経路本数との比較（NS指標と交通工学的指標の比較）

非重複経路本数：ODペア間について，リンクを共有することなく接続可能な経路の本数



- 非重複経路本数によるネットワーク頑健性評価指標にはEntropy値が活用可能
- 代数的連結度との相関はみられず，形状による分割のしやすさと非重複経路本数によるネットワーク頑健性には関係がない

次数平均と次数分散（NS指標間の比較）



重み：均等　　重み：リンク容量

- 特にPhiladelphia Networkでは重みをリンク容量とするとき，次数指標が著しく大きいことに対しλ_2も大きな値をとる
- 6つのネットワークすべてにおいて次数指標とλ_2に正の相関がある
- ネットワーク密度が高いほど，密度の散らばりが大きいほど，λ_2が大きく分割されにくい

3.　Spectral Partitioning法を用いたNetwork分割

Spectral Partitioning法：切断面となる境界$\partial(\mathbf{S})$について，ν_2に対応する固有ベクトルφ_2の各要素の符号によってネットワークを分割

$$\lambda_2\le\frac{\mathbf{x}_S^T\mathbf{L}_G\mathbf{x}_S}{\mathbf{x}_S^T\mathbf{x}_S}=\frac{n}{m(n-m)}\sum_{e\subseteq\partial(\mathbf{S})}w_e$$

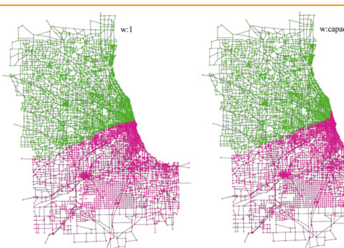
重み：均等

- 少ないリンク本数でネットワーク密度を分割
- ネットワーク形状に由来する脆弱な部分
- その都市形状において重要度の高いリンク群

重み：リンク容量

- 次数が高いノードほど接続リンクの総容量が高い
- 車両の移動を考慮した道路機能として重要な部分を抽出

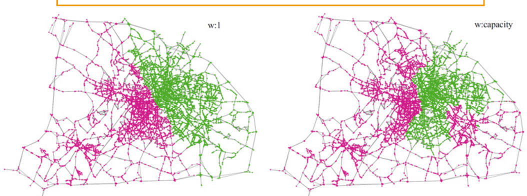
海岸に沿うように高密度な部分が存在



Chicago（重み：均等）　Chicago（重み：リンク容量）

重みによるカットの違いは非常に小さい

都市中心部に高密度な部分が存在



Berlin（重み：均等）　Berlin（重み：リンク容量）

重みをリンク容量とするとき，大きな容量を持つリンクをカットに含むことを避けるため，都市の中心を分断する結果は生じにくい

➡ ネットワーク形状と密度の関係性を併せた重要度の高いリンクを抽出可能

4.　まとめ

本研究の成果

- NS指標と従来の交通工学的手法の比較，NS指標間の相関について実ネットワークにおいて分析し，それぞれの指標において関係性がある部分を明らかにした
- Spectral Partitioning 法では，重みの指標やネットワークの特徴による結果の違いについて考察した

今後の課題

- 指標同士の相互作用のみならず，複合的な関係を明らかにする
- 特に従来の交通工学的な評価の試算では小規模な地区ネットワークのみであったため，ネットワークサイズ，サンプル数をより充実させる必要がある

第56回土木計画学研究発表会　2017.11.03 岩手大学