

Atomic利用者均衡を求めるための 漸近的最適応答アルゴリズム

岐阜大学工学部 特任教授

宮城俊彦

2017年12月13日(松山)

漸近的最適応答アルゴリズム

(Asymptotic Best Response : ABR)

1. どのような問題を解くためのアルゴリズムか(アプローチの基本枠組み)
2. モデルの構造
3. どのような場面で利用するか(適用と計算例)

1-1. 新しい交通システムへの対応

		実用化	計画	
完全自動走行システム	レベル4	加速・操舵・制動全てを「ドライバー」以外が行い「ドライバー」が全く関与しない状態		2020年代後半
準自動走行システム	レベル3	加速・操舵・制動全てをシステムが行う状態。但し、システムが要請したときは「ドライバー」が対応する		2020年代前半
	レベル2	加速・操舵・制動複数を同時にシステムが行う状態		2017年以降
安全運転支援システム	レベル1			
運転支援なし				

静的情報

動的情報 (高度化)

管制

自動化レベルは道路環境に応じて変化

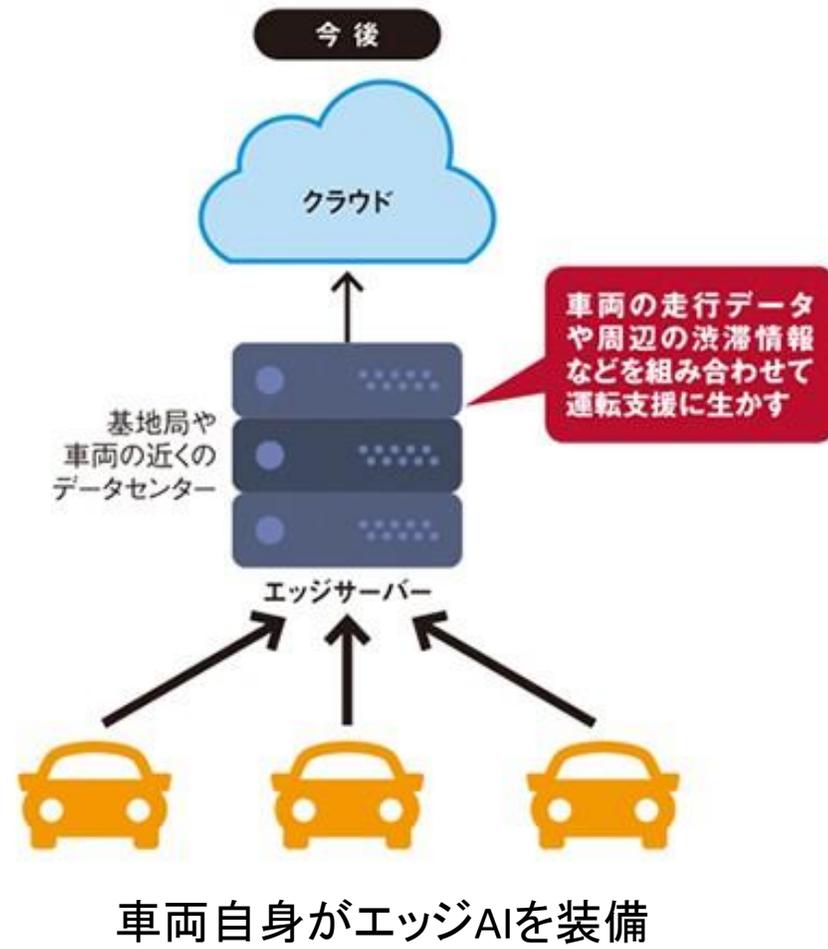
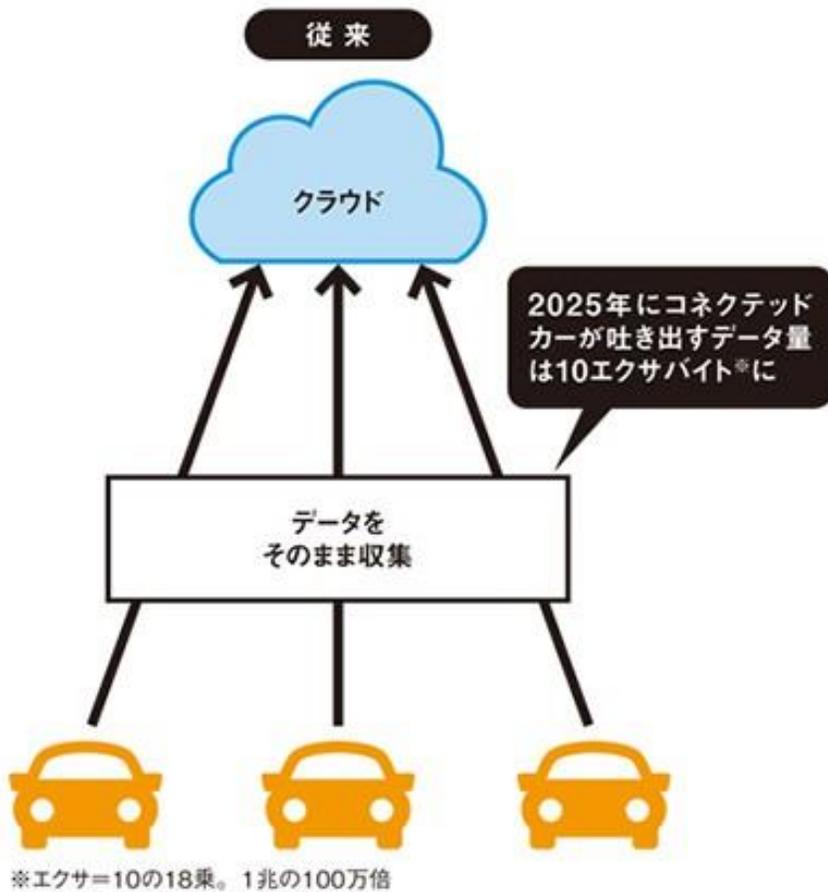
平成15年5月 内閣府
 「自動走行システムのロードマップ」発表
 ・2020年代前半 レベル3のシステムを実用化する計画



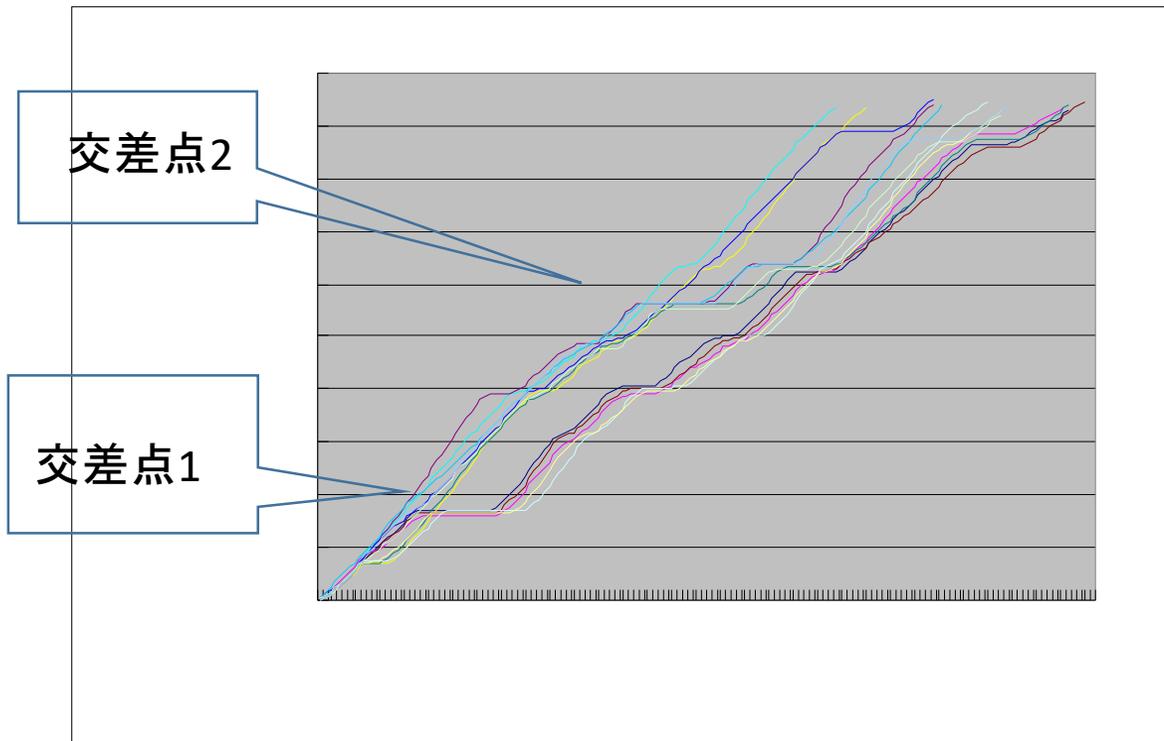
ITS2014会場での小型バスのデモ

- 分権型ネットワーク社会に対応した交通システム
- 情報通信システムの発展と交通システム分析

クラウドAIからエッジAIへ

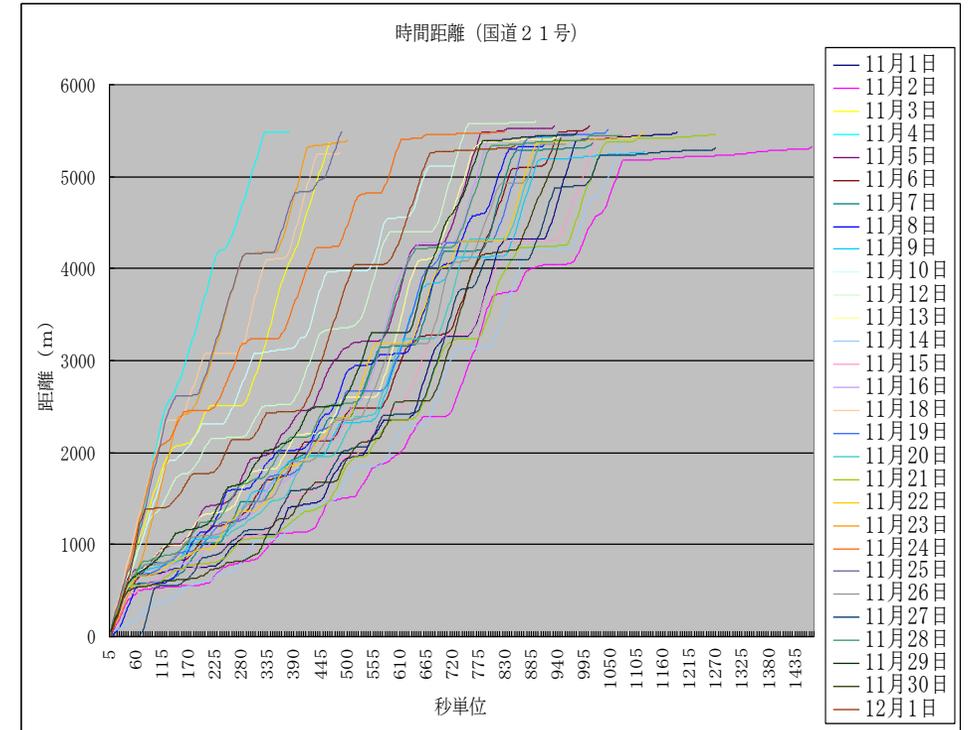


学生の自宅一大学通学時の時間・空間図



国道22号線(名古屋市一岐阜市を連絡する幹線道路)
部分的に側方制御

AIは交差点待ちを解消することを
学習できる



国道21号線(岐阜の東西を連絡する幹線道路)
交差点が多く、流出入交通が多い

すべての車両が学習機能を有していたら
どうなるか？

1-2 経路選択行動の学習実験

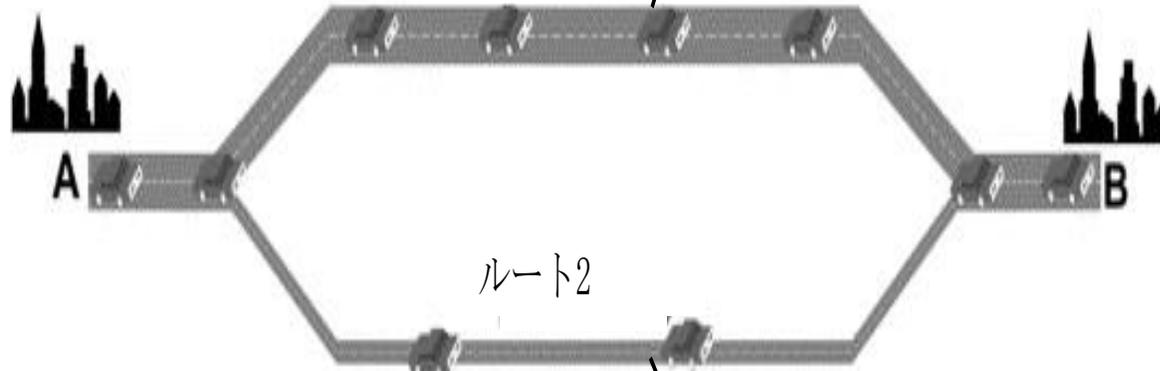
鈴木・桜井・宮城(2003) Profit Sharingを用いた経路選択行動シミュレーション

Selten et.al. (2004): ゲーム論に基づく経路選択実験とErev and Rothの強化学習モデル

- 実験I: Informed User with Announced Payoffs
 - 被験者は、利用可能経路に所要時間(実現利得)を事後的に知ることができる。
 - 各リンクの走行時間関数(利得関数)、ゲームの参加者、他者の行動は観測できない。
- 実験II: Naïve User
 - 被験者は自分が利用した経路の所要時間しか知らない
- 利用者の合理性
 - 当日の実現利得を予測して利得を最大化する(コストを最小化する)行動を選択する。
 - 理論的な均衡点に達しても、そこから離れる状態も起きうる⇒被験者は均衡を知らない。

室内実験：池田（東北大卒論）

どちらの経路も、たくさんの方が利用すると
混雑が発生し、より所要時間がかかってしまう。

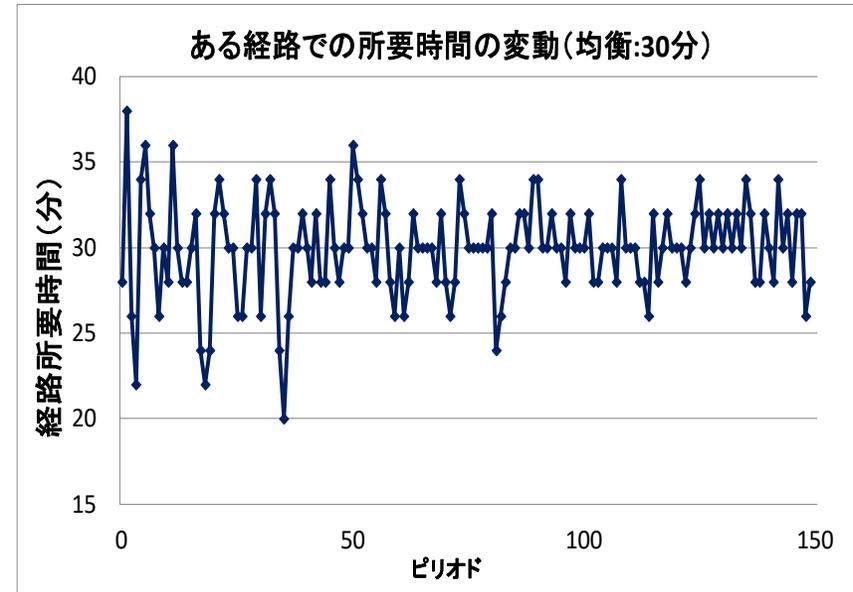
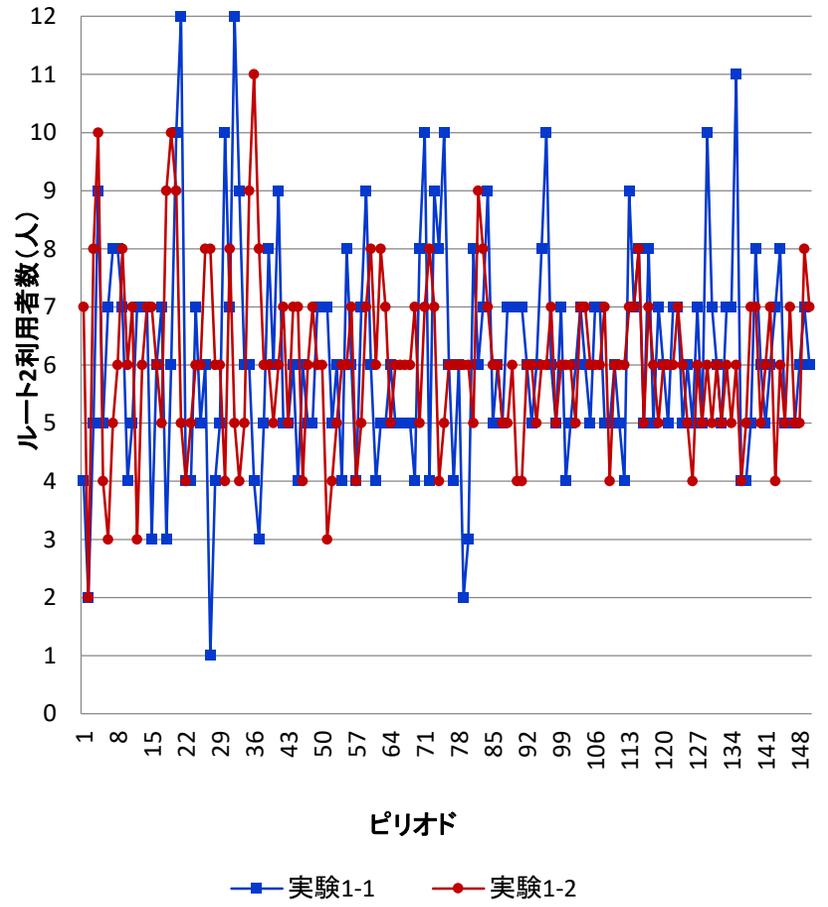


「広い道路」
こちらの道路は幅が広くたくさんの
車が通れる。

「狭い道路」
こちらの道路は幅が狭く広い道路に
比べ、あまり車が通れない。

理論値：
経路1：12名
経路2：6名
均衡所要時間＝30分

理論値の周辺で変動



1-3. ゲーム論的学習モデルによるアプローチ

ランダム効用理論

- ・静学モデル
- ・完全情報モデルに基づく合理的行動モデル
- ・集団の行動モデル
- ・個人間の相互作用は考慮せず

ゲーム理論

- ・最適応答ダイナミクス
- ・仮想プレイ
- ・確率的仮想プレイ
- ・リグレットマッチング

ネットワーク
均衡モデル

強化学習

機械学習モデル

心理学習モデル

ゲーム論的学習行動モデル

- ・動学モデル
- ・不完全情報に基づく学習行動モデル
- ・マルチエージェントモデル
- ・個人間および個人と環境の相互作用を考慮

粒子モデル
非粒子モデル

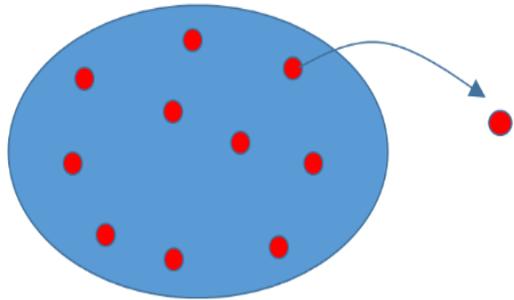
確率的, 動的, 離散的利用者均衡
(Stochastic, Dynamic, **Atomic** User-Equilibrium)

1-4 Atomicモデルとは

- 確率的, 動的, 離散的利用者均衡
(Stochastic, Dynamic, **Atomic** User-Equilibrium)

均衡は存在するのか？

A Single-agent Model



Decision of the agent(s)

	r1	r2	r3
x	0.5	0.3	0.2
trips	5	3	2
a	1	0	0

Trip-makers' Decision

Action Space

$A = \{a_1, a_2, a_3\}$

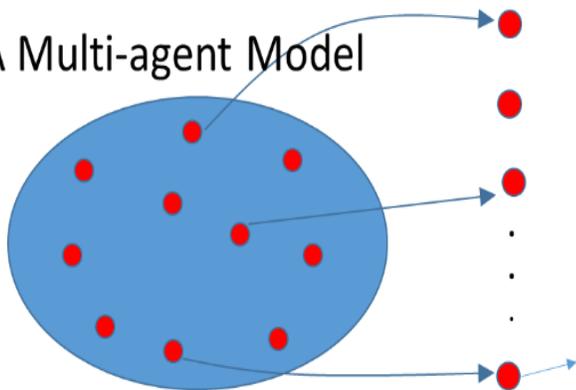
$A = \{r_1, r_2, r_3\}$

	r1	r2	r3
$\sum a_j^i$	4	3	3
trips	4	3	3

x^n : mixed strategy profile of n

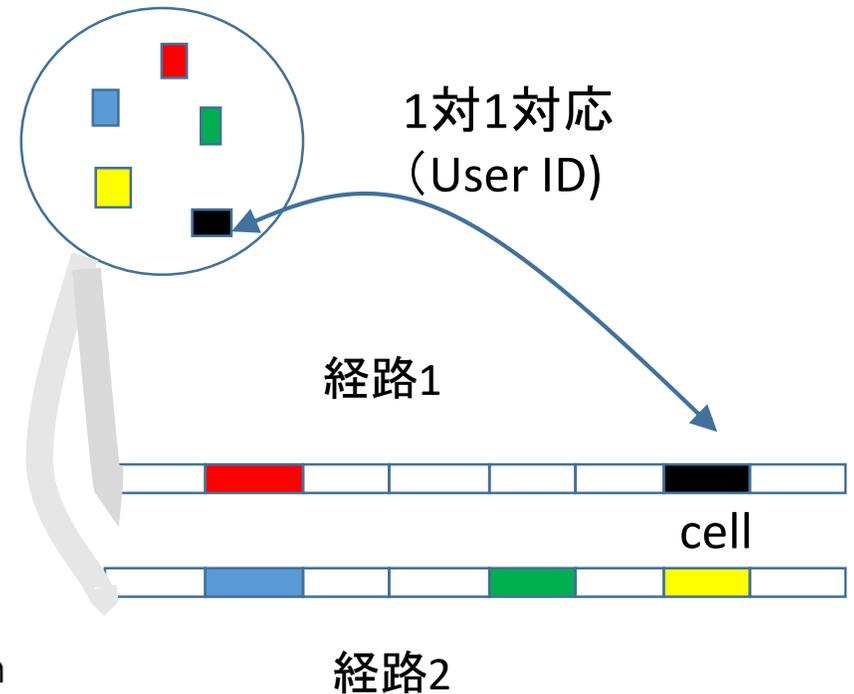
a^n : action profile of n

A Multi-agent Model



	r1	r2	r3
x^1	0.5	0.3	0.2
a^1	1	0	0

	r1	r2	r3
x^n	0.1	0.48	0.42
a^n	0	0	1



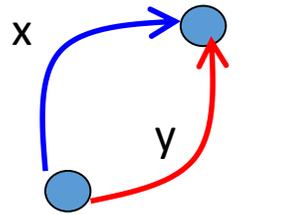
2. 問題の構造

- 確率的, 動的, 粒子利用者均衡
- (Stochastic, Dynamic, Atomic User-Equilibrium)

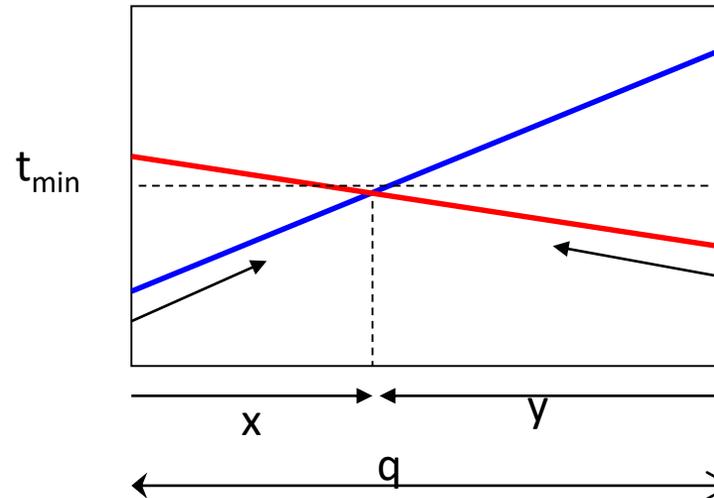
- 1. (静学的) Atomic利用者均衡
- 2. 動的, Atomic利用者均衡
- 3. 確率的, 動的, Atomic利用者均衡

Wardrop均衡(利用者均衡)

- Wardrop JG(52')によって提唱された利用者均衡原理
 - 利用されている経路の所要時間はすべて等しく、利用されていない経路の所要時間より小さいか、せいぜい等しい
 - 利用者はnon-atomicで、一様な選好を持つ場合のNash均衡
 - OD交通量一定の場合の利用者均衡。OD交通可変の場合も成立



交通量 $q=x+y$

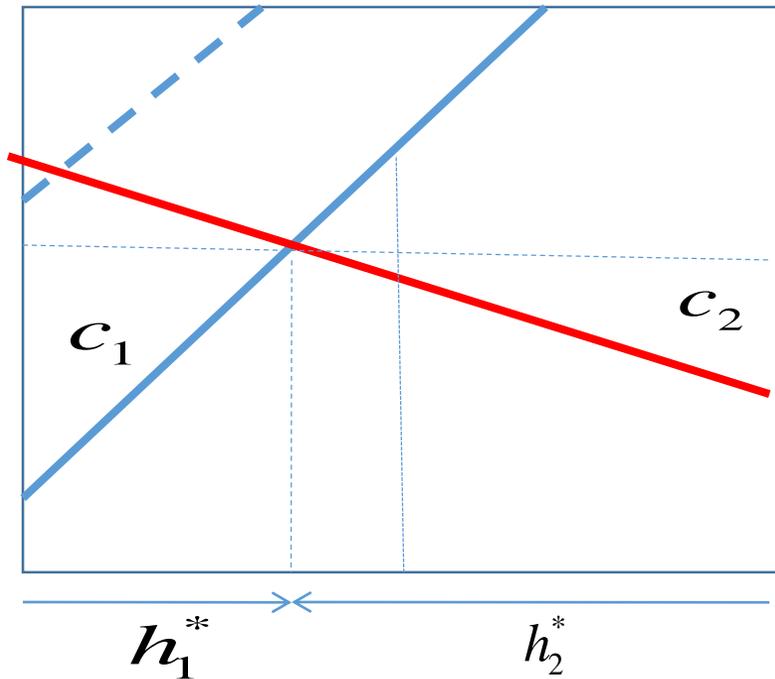


走行時間

走行時間関数はフローに関する増加関数

固定需要の場合の利用者均衡

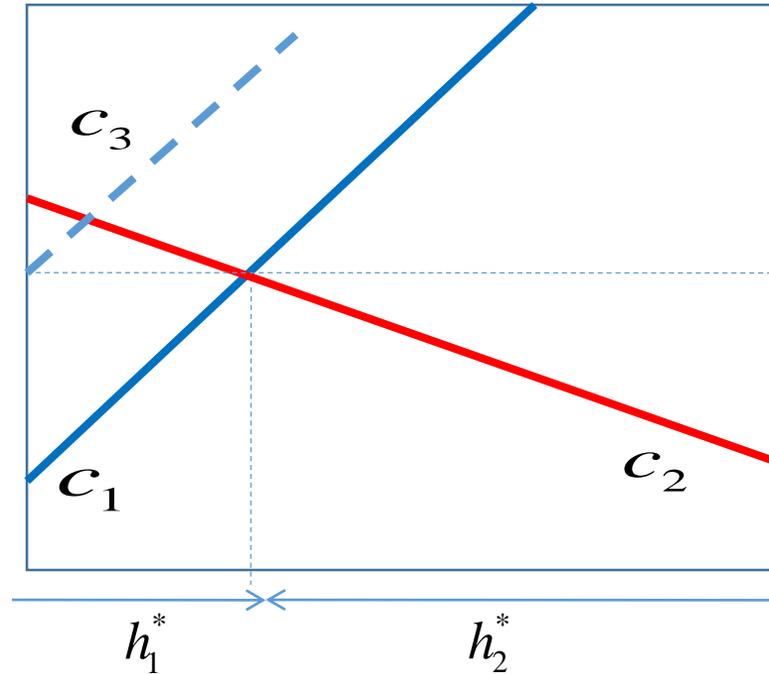
利用されている経路の所要時間は
すべて等しく, 利用されていない経
路のそれより小さい



if $\hat{x}_1 > 0$, $c_1(\hat{x}_1) = c_2(\hat{x}_2)$

$x_1 + x_2 = q$, $x_r \geq 0, r = 1, 2$

• 「せいぜい等しい」の意味



if $\hat{x}_1 > 0$, $c_1(\hat{x}_1) = c_2(\hat{x}_2) = c_{\min}$

if $c_{\min} \leq c_3(\hat{x}_3)$, $\hat{x}_3 = 0$

$x_1 + x_2 + x_3 = q$, $x_r \geq 0, r = 1, 2, 3$

2-1 Non-atomic UE (静学モデル)

$$\hat{x}_r^i > 0 \rightarrow u_r^i \geq u_s^i, r, s \in A^i, i \in I$$

エージェントの集合

\Updownarrow エージェントの経路集合

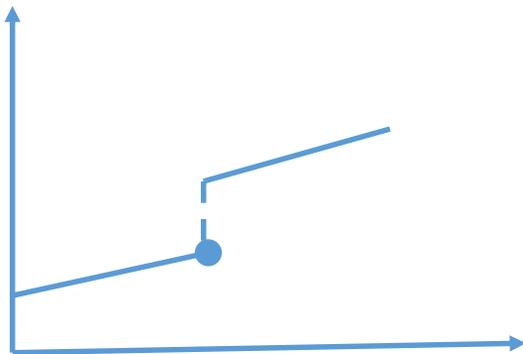
$$\sum_{i \in I} \langle u^i(\hat{x}), \hat{x}^i - x^i \rangle \geq 0, x \in X$$

単調性・連続性の仮定
Stampacchia変分不等式(Smith,1979)

or 利得関数

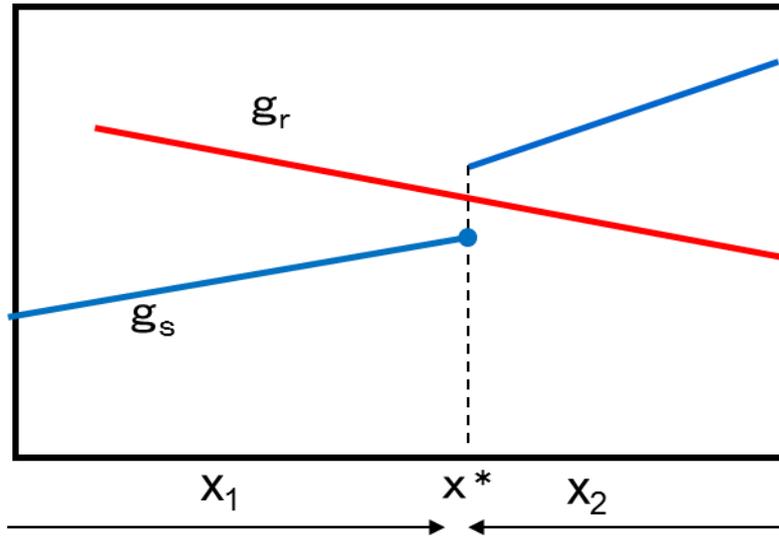
$$\sum_{i \in I} \langle u^i(x), x^i - \hat{x}^i \rangle \geq 0, x \in X$$

単調性の仮定 \rightarrow Minty変分不等式
(de Palma&Nesterov,1998; Hofbauer&Sandholm,2009)



下半連続なコスト関数, monotone, but, discontinuous

不連続コスト関数と利用者均衡

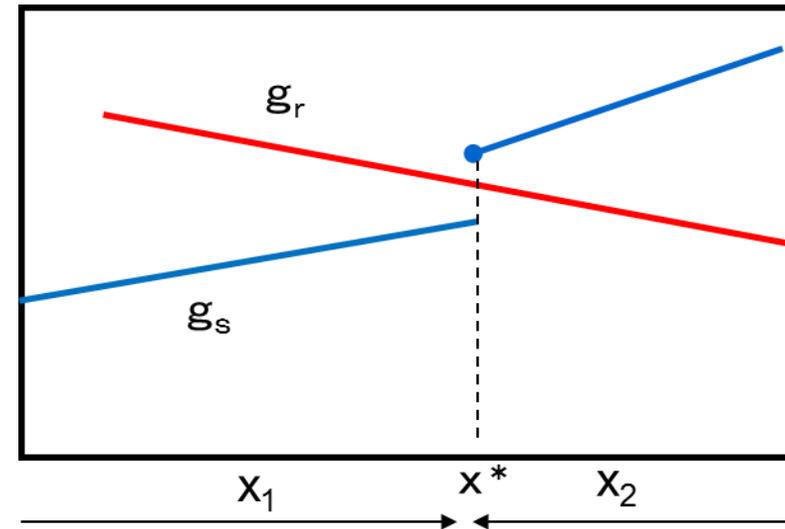


下半連続関数 $\liminf_{x \rightarrow \hat{x}} g(x) \geq g(\hat{x})$

$$\text{if } \hat{x}_1 > 0, \quad g_1(\hat{x}_1) \leq g_2(\hat{x}_2)$$

$$x_1 + x_2 = q, \quad x_r \geq 0, \quad r = 1, 2$$

Wardrop均衡が存在



上半連続関数 $\limsup_{x \rightarrow \hat{x}} g(x) \leq g(\hat{x})$

利用者は x^* に留まろうとするので、利用者均衡である。しかし、左記のWardrop利用者均衡条件を満足しない。

- ・段階的混雑料金
- ・待ち時間遅れ

Atomic User Equilibrium (静学モデル)

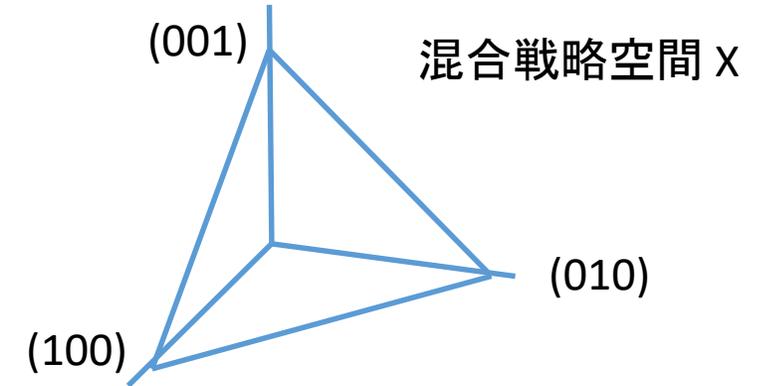
$$u^i(\hat{x}^i, \hat{x}^{-i}) \geq u^i(x^i, \hat{x}^{-i}) \quad x^i \in \Delta(A^i), i \in I$$



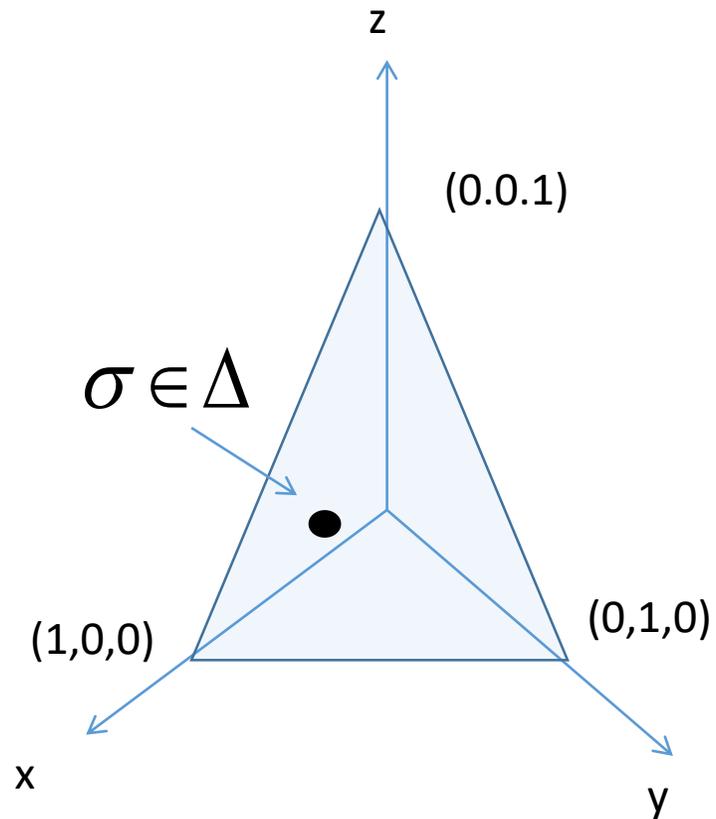
他者の最適混合戦略

$$\sum_{i \in I} \langle u^i(\hat{x}^{-i}), \hat{x}^i - x^i \rangle \geq 0, x \in X$$

$$BR^i(x) = \left\{ x^i \in X, \sum_{i \in I} \langle u^i(x^{-i}), x^i - y^i \rangle \geq 0, \forall y^i \in X^i \right\}$$

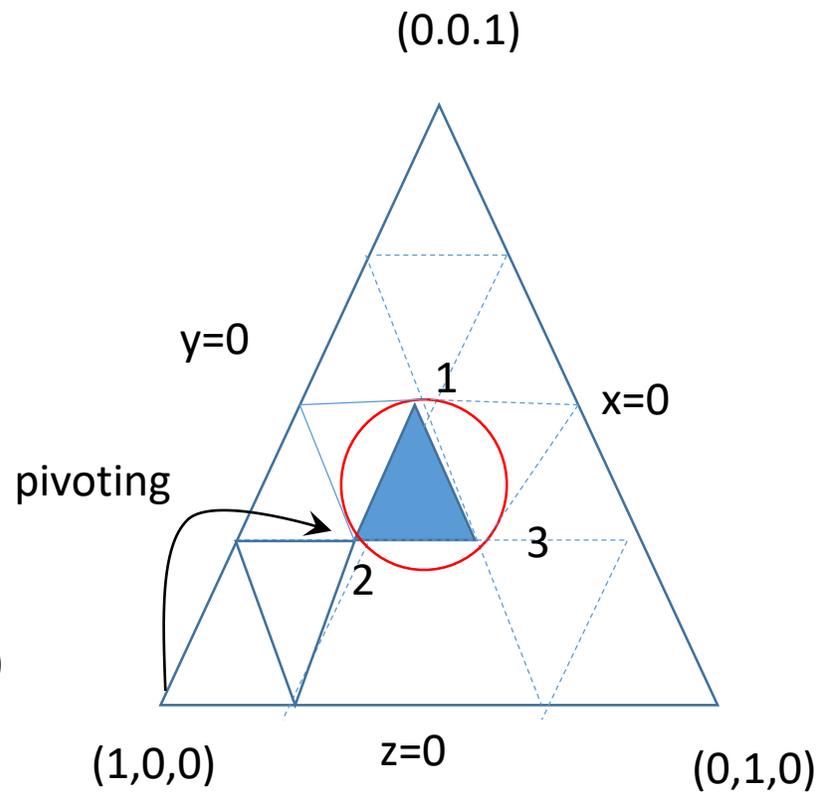


経路選択行動: 混合戦略xに従い, どれか一つの経路を0-1選択する(行動戦略), 繰り返しゲーム→動的モデルへの拡張



単体 (シンプレックス)

単体分割



不動点 (集合) は ε 単球
に含まれる

2-2 静学的モデルと動学的モデルの関係

常微分方程式(ODE)の定常解→不動点(変分不等式)問題の解

$$\dot{x}(t) = h(x(t)) \text{ or } \dot{x}(t) \in h(x(t))$$

$$h(x(t)) = F(x(t)) - x(t) \rightarrow 0$$

例: Gilboa and Matsui(1991)の最適応答ダイナミクス

最適応答関数

$$\dot{x}^i \in \beta^i(x) - x^i, i \in I$$

$$\dot{x}_r^i \in \frac{\exp(u_r^i(x) / \mu)}{\sum_{s \in A^i} \exp(u_s^i(x) / \mu)} - x_r^i, i \in I \quad \text{ロジットダイナミクス}$$

動学モデルの定常解を求めれば、静学モデルの解にもなっている。
解の大域的安定性はODEの理論が援用できる

2-3 ノイズを含むダイナミクスの離散的表現

マルチンゲール差分(履歴依存性を持つ)

$$x_{t+1} = x_t + \alpha_t [h(x_t) + M_{t+1}]$$

確率近似式

$$\sum_t \alpha_t \rightarrow \infty \text{ and } \sum_t (\alpha_t)^2 < \infty$$

1) $h(\cdot)$ はLipschitz連続. \rightarrow ODEの解に収束(Kushner and Yin, 2003; Borkar, 2008)

$$\dot{x}_t = h(x_t)$$

2) $h(\cdot)$ は上半連続. \rightarrow 微分包含の解に収束 (Benaim, Hofbauer, Sorin, 2005; Borkar, 2008)

$$\dot{x}_t \in h(x_t)$$

3. モデルの基本構造

- 日々経路選択を繰り返す利用者のDay-to-dayダイナミクスを考える
- 利用者は他者の利得関数を知らないのみならず, 自己の利得関数も知らない.
- 利用者が知り得る経路情報は, 自分の走行経験に基づく, 経路の利得(走行時間あるいは費用)のみである.
- 利用者は期待利得を最大化したい

$$U_t^i = u^i(a_t^i, a_t^{-i}) + e_t^i$$

U_t^i : ステージtでの**実現利得** $u^i(\mathbf{a}_t)$: 期待利得(未知)

$\mathbf{a}_t = (a_t^i, a_t^{-i})$: 行動プロファイル(経路選択パターン)

e_t^i : ランダムノイズ(未知)

Travel Information :NUs vs PIUs

Partially Informed Users (Common Info.)

	r1	r2	r3
1	$C_{t-1,1}$	$C_{t-1,2}$	$C_{t-1,3}$
2	$C_{t-1,1}$	$C_{t-1,2}$	$C_{t-1,3}$
⋮	⋮		
i	$C_{t-1,1}$	$C_{t-1,2}$	$C_{t-1,3}$
⋮	⋮		
n	$C_{t-1,1}$	$C_{t-1,2}$	$C_{t-1,3}$

A Single Agent Model

すべての利用者は共通の
平均値情報をもつ

Partially Informed Users

	r1	r2	r3
1	$C_{t-1,1}^1$	$\bar{C}_{t-1,2}^1$	$\bar{C}_{t-1,3}^1$
2	$C_{t-1,1}^2$	$\bar{C}_{t-1,2}^2$	$\bar{C}_{t-1,3}^2$
⋮	⋮		
i	$\bar{C}_{t-1,1}^i$	$C_{t-1,1}^i$	$\bar{C}_{t-1,3}^i$
⋮	⋮		
n	$\bar{C}_{t-1,1}^n$	$\bar{C}_{t-1,2}^n$	$C_{t-1,1}^n$

Multi-agent Model

選択しなかった行動につ
いては平均値が与えられ
る

Naïve Users (No common info.)

	r1	r2	r3
1	$C_{t,1}^i$	-	-
2	$C_{t,1}^i$	-	-
⋮	⋮		
i	-	$C_{t,2}^i$	-
⋮	⋮		
n	-	-	$C_{t,3}^n$

Multi-agent Model

利用者は利用した行動の情報
のみしか知らない

3-1 経路利得の推定

利用者は過去の経験に基づき、経路の期待(時間平均)利得を推定する.

$$Q_{t+1}(a^i) = \frac{1}{t} \sum_t I\{a_t^i = a^i\} U_t^i \quad \text{ステージ}t\text{での利用経路を示す指示関数}$$

$$Q_{t+1}^i(a^i) = Q_t^i(a^i) + \alpha_{t+1} I\{a_t^i = a^i\} [U_t^i - Q_t^i(a^i)], a^i \in A^i$$



実現利得

$$Q_{t+1}^i(a^i) = Q_t^i(a^i) + \alpha_{t+1} [u^i(a_t^i, a_t^{-i}) - Q_t^i(a^i)], a^i \in A^i$$

期待利得の推定値

実現利得の期待値

1) 非同期モデル

利用者は利用した経路の利得のみを更新

2) 同期モデル

利用者は利用していない経路の利得も知ることができる

期待利得への収束条件

$$Q_{t+1}^i(a^i) = Q_t^i(a^i) + \alpha_{t+1} [U_t^i - Q_t^i(a^i)]$$

同期モデルの利得推定式

↓

$$Q_{t+1}^i(a^i) = Q_t^i(a^i) + \alpha_{t+1} [u^i(\pi_t^i, \pi_t^{-i}) - Q_t^i(a^i) + M_{t+1}]$$

マルチンゲール差分(経路依存ノイズ)

確率近似スキーム

↓

$$h(Q_t) = u(Q_t) - Q_t$$

$$\|Q_t^i - u^i(\pi_t(\mathbf{Q}_t))\| \rightarrow 0, \text{ as } t \rightarrow \infty$$

h がリップシッツ連続ならば, 収束

非同期モデルに関する収束定理(Borkar,2008)

Infinite visitの条件を満足するとき, 同期モデルが期待値に収束すれば, 非同期モデルも収束する

3-2 経路選択行動

1. 無限回訪問の条件 (Singh et.al 2000)

$$\pi_t^i(a^i) \geq \frac{c}{t^\rho}, \text{ for } a^i \in A^i, i \in I; \rho \in (0.5, 1], c: \text{constant}$$

2. $t \rightarrow \infty$ 最適応答に漸近する

各行動には少なくとも
 ε_t ($\varepsilon_t \rightarrow 0, \text{ as } t \rightarrow \infty$)
の選択確率を与える.

(a) Boltzmann-Gibbs分布あるいはロジットモデル

$$\pi_t^i(a^i) = \frac{\exp(Q_t^i(a^i) / \mu_t^i)}{\sum_{a^i \in A^i} \exp(Q_t^i(a^i) / \mu_t^i)}, a^i \in A^i, i \in I$$

$$\mu_t^i = \frac{\max_{a^i} Q_t^i(a^i) - \bar{U}_t^i}{\rho \log t} \rightarrow 0 \text{ as } t \rightarrow \infty$$

経路選択は時間経過とともに
最適応答に漸近する

条件1から誘導できる

(b) ε -greedy アルゴリズム (Chapman, et.al., 2013; Miyagi and Peque, 2013)

一般化弱仮想プレイ (Leslie and Collins, 2005)

ε 均衡

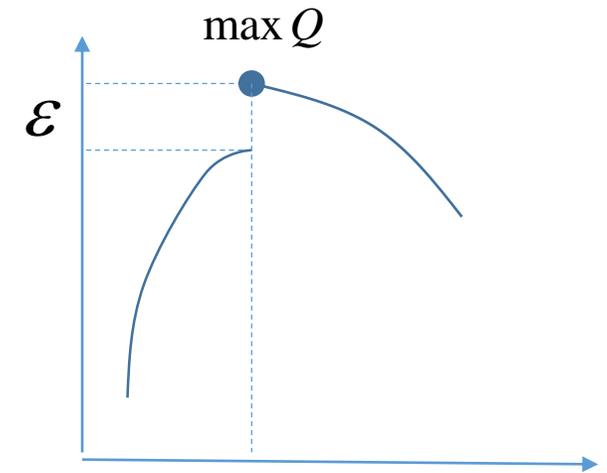
$$b_{\varepsilon}^i(Q^i) = \left\{ \pi^i \in \Delta A^i : \sum_{a^i \in A^i} \pi^i(a^i) Q^i(a^i) \geq \max_{a^i \in A^i} Q^i(a^i) - \varepsilon \right\} \quad \varepsilon\text{-最適応答}$$

以下の条件を満足する系列 $\{\pi_t\}$ は一般化弱仮想プレイ過程である

$$\pi_{t+1} = \pi_t + \gamma_{t+1} \left[b_{\varepsilon_t}^i(Q_t) - \pi_t \right]$$

as $t \rightarrow \infty$

$$\gamma_t \rightarrow 0, \varepsilon_t \rightarrow 0 \text{ and } \|Q_t - u(\pi_t)\| \rightarrow 0$$



利得の推定値は期待値に収斂し、推定値を用いた混合戦略は最適応答に漸近する。

Adaptive Learning with Two-Timescale(AL)

- 1) Value Updating** $Q_{r,t+1}^i = Q_{r,t}^i + \alpha_{t+1} I\{a_t^i = r\} (U_{r,t}^i - Q_{r,t}^i)$ Fast adjustment process
- 2) Best Responses** $\beta_{r,t+1}^i = \frac{\exp(Q_{r,t+1}^i / \mu_{t+1}^i)}{\sum_{s \in A} \exp(Q_{r,t+1}^i / \mu_{t+1}^i)}$
- 3) Mixed Strategies** $x_{r,t+1}^i = x_{r,t}^i + \gamma_{t+1} (\beta_{r,t+1}^i - x_{r,t}^i)$ Slow adjustment process
- 4) Parameters**
- (a.1) $\sum_t \gamma_t = +\infty, \sum_t \gamma_t^2 < +\infty,$
- (a.2) $\sum_t \alpha_t = +\infty, \sum_t \alpha_t^2 < +\infty,$ (a.3) $\frac{\gamma_t}{\alpha_t} \rightarrow 0,$

利得の調整よりも行動調整はゆっくり進むと仮定している

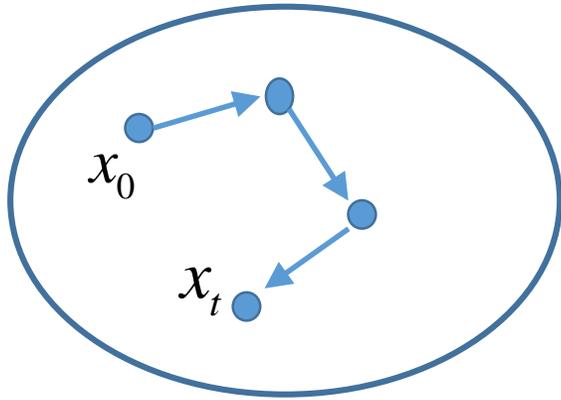
まとめ：漸近的最適応答アルゴリズム

- 利用者は他者の利得関数を知らず，自己の利得関数も知らない。
- 利用者は実現利得のみを情報とした混合戦略に従い，その日の経路を選択する（純粹戦略）。
- 混合戦略は無限回訪問の仮定を満足し，究極において最適応答に漸近する
↔ greedy-in-the-limit-with-infinite-exploration (GLIE)
- 漸近的最適応答は，Leslie and Collinsの一般化弱仮想プレイである。

- 一般化弱仮想プレイの解の軌跡は，Benaim et al(2005)の微分包含で表され，連結的，内的，連鎖推移的な不変集合 (connected, internally, chain-transitive invariant set, CICTI) に収束する。
- CICTI集合はNash均衡集合である。

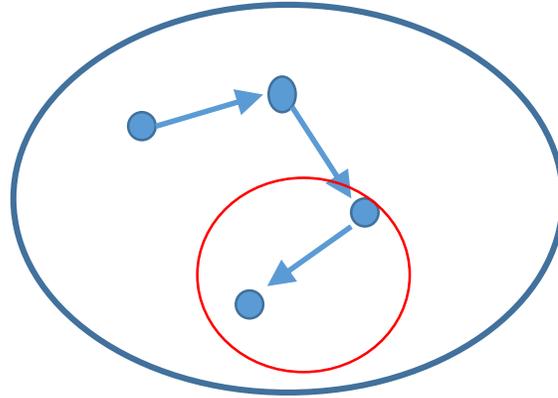
メモ

- invariant set internally chain-transitive internally chain-recurrent

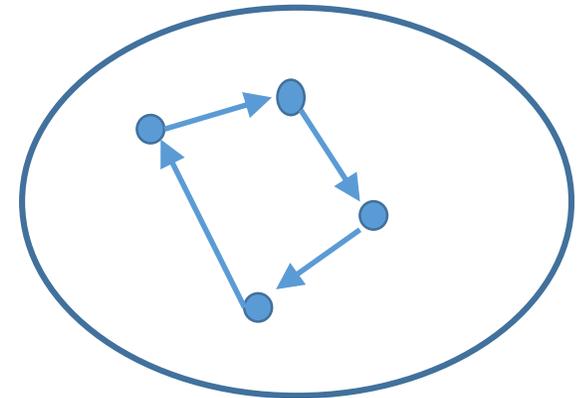


$$x_0 \in A \Rightarrow x_t \in A$$

$$x_t \in \phi \circ \dots \circ \phi(x_0)$$



推移が ε 近傍に留まる



再帰的な連鎖推移性

4. 計算例

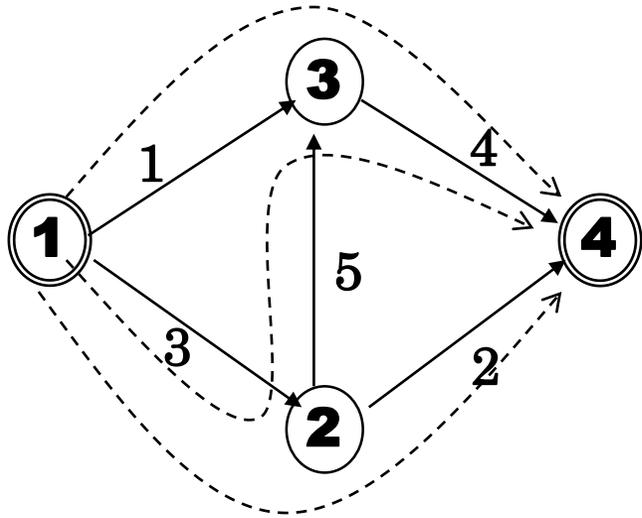
- 交通量配分

- 走行時間関数を仮定して, 利用数に対応した利得を計算
- Ill-defined cost function: 非対称ヤコビアン関数, 段階関数 (Miyagi, 2006; Miyagi&Peque, 2012, 2013)
- Non-atomic modelとしても利用可能
- 異なる時間価値をもつ利用者グループ

- 交通流シミュレーションとの併用

- Simulation-based traffic assignment
- ミクロ交通流シミュレーション (Cell automaton model)
 - Nagel-Schreckenberg (Nasch) モデル
 - MatSim や SUMO の基礎となったセルオートマトンモデル

a)異なる時間価値をもつ利用者 (PIU)



$$h_1 + h_2 + h_3 = 8$$

$$c_1(f_1) = f_1 + 50, \quad c_2(f_2) = f_2 + 50$$

$$c_3(f_3) = 4f_3, \quad c_4(f_4) = 4f_4, \quad c_5(f_5) = f_5 + 10$$

	charge unit on link 5	path 1	path 2	path3	travel cost for each path
Case 0	0	0	0	8	82
Case 1	7	1	1	6	79
Case 2	14	2	2	4	76
Case 3	21	3	3	2	73
case 4	28	4	4	0	70

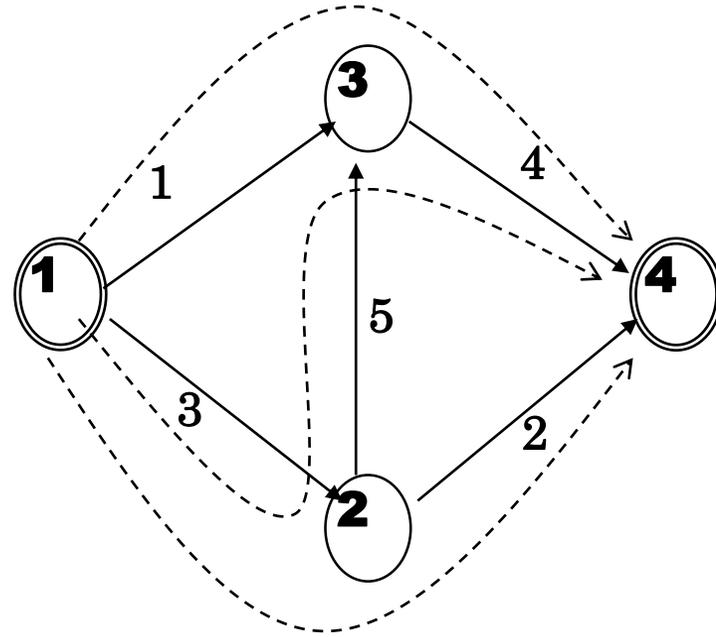
Multi-user classes:

2名のドライバーの時間価値が高い場合

		Path 1	Path 2	Path 3
toll		0	0	28
Travel time		73	73	52
Perceived cost (#users)	The first user class	102.2 (0)	102.2 (0)	100.8 (2)
	The second user class	73 (3)	73 (3)	80 (0)

b) 非対称・階段コスト関数

$$T_5 = \begin{cases} 7 + T_5(f_5) & \text{if } f_4 < 2 \\ 14 + T_5(f_5) & \text{if } f_4 < 3 \\ 21 + T_5(f_5) & \text{if } f_4 < 4 \\ 28 + T_5(f_5) & \text{if } f_4 < 5 \\ 35 + T_5(f_5) & \text{if } f_4 < 6 \\ 35 + T_5(f_5) & \text{if } f_4 \geq 6 \end{cases}$$

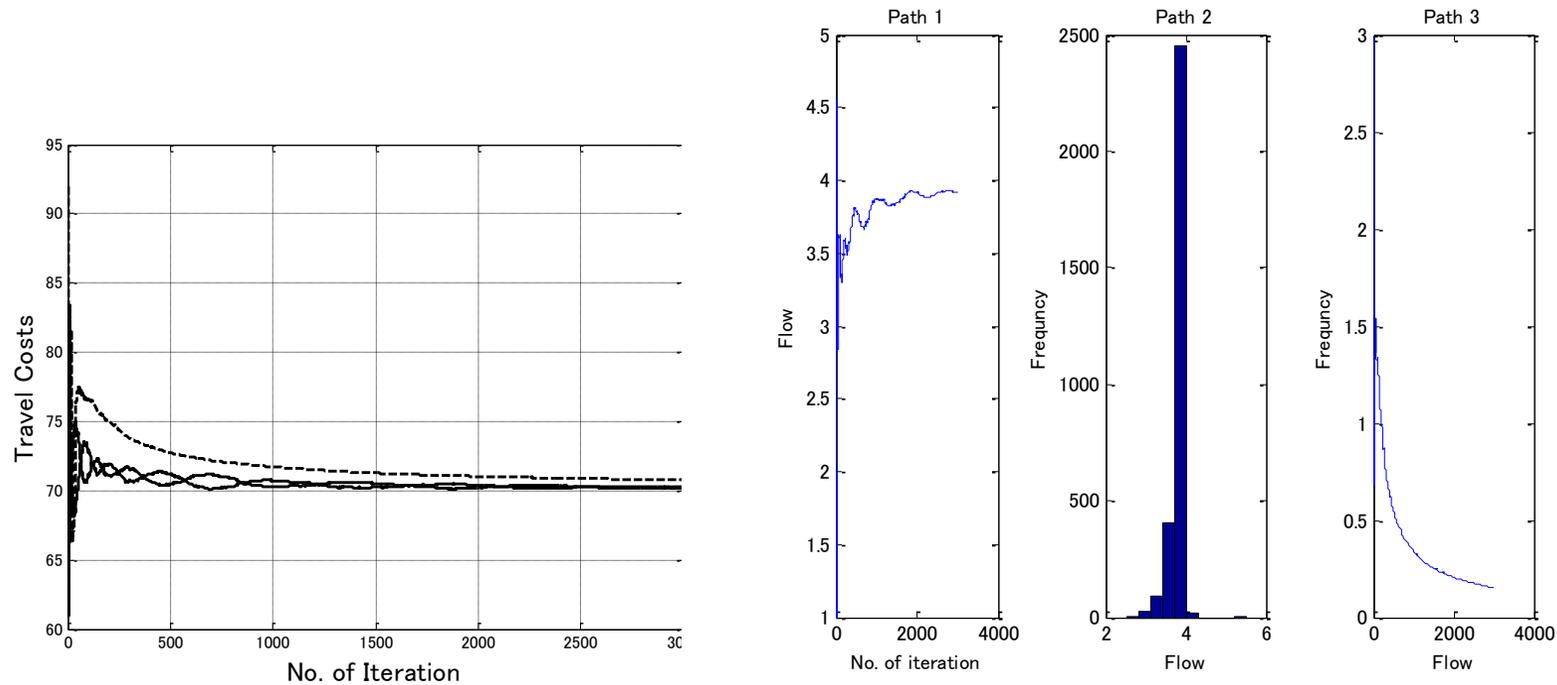


リンク4のフローに応じてリンク5の価格をコントロールする

フローとコストの収束性

$$\mathbf{z} = [3.9140 \quad 3.9330 \quad 0.1530]$$

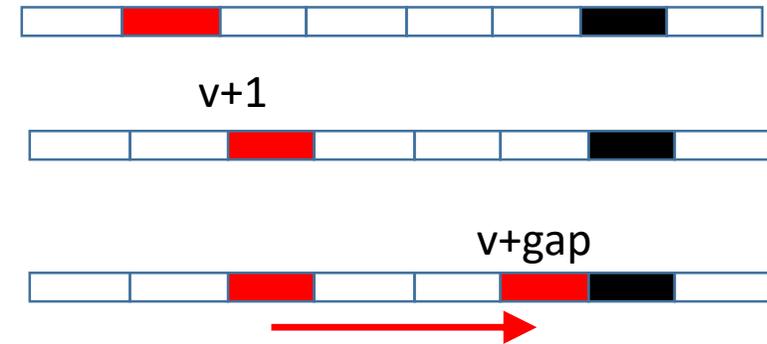
$$\mathbf{u} = [70.5290 \quad 70.5804 \quad 71.8185]$$



4-2 Nigel-Schreckenberg(Nasch)モデル

If-Thenルールに基づくシミュレーション→走行時間関数を用いない

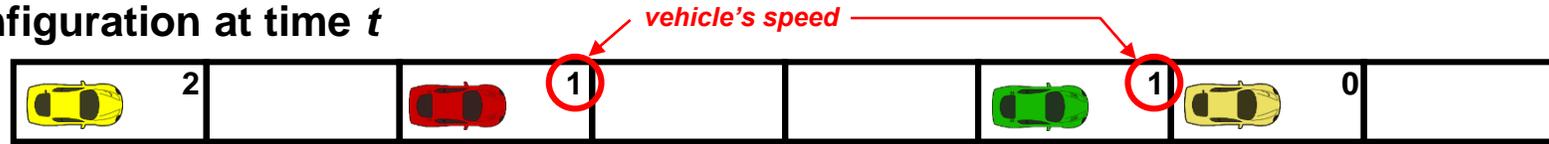
1. 加速 $if\ v < v_{max},$
 $then\ v = v + 1$
2. 減速 $if\ v > gap,$ $then\ v = gap$
3. ランダムブレーキ
 $if\ v > 0,$ $then\ v = v - 1$
 $with\ probability\ p_b$
4. 移動 $x = x + v$



セル長(7.5m)=車両長+安全車間距離

Nagel–Schreckenberg model (NaSch model)

Configuration at time t



Step 1. Acceleration



Step 2. Deceleration



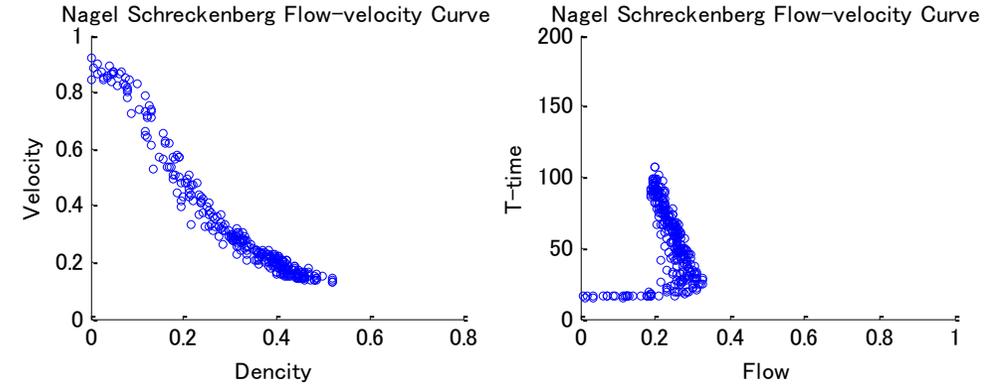
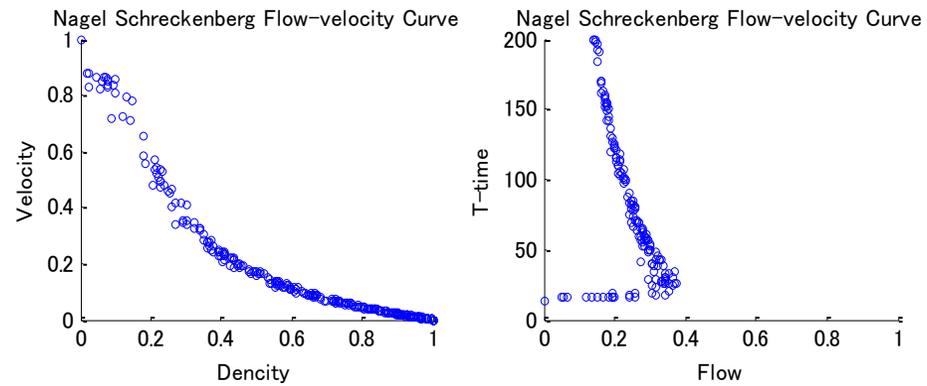
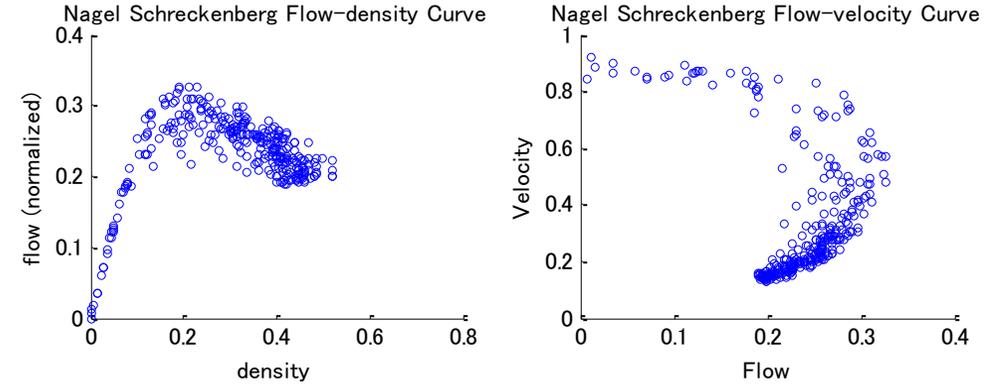
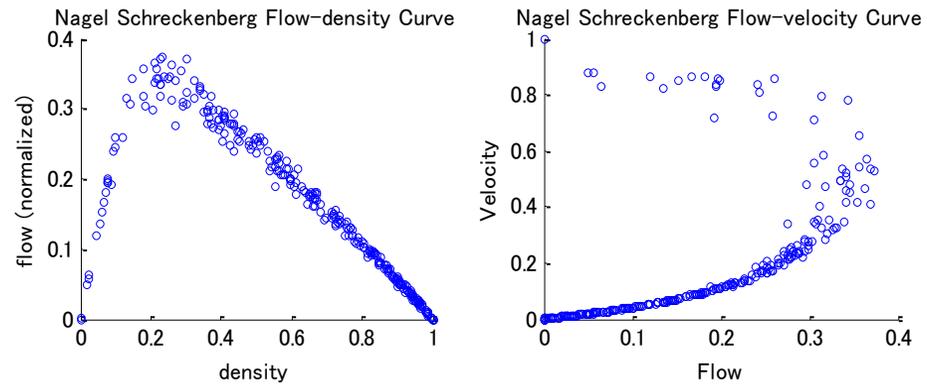
Step 3. Randomization



Step 4. Movement (Configuration at time $t + 1$)



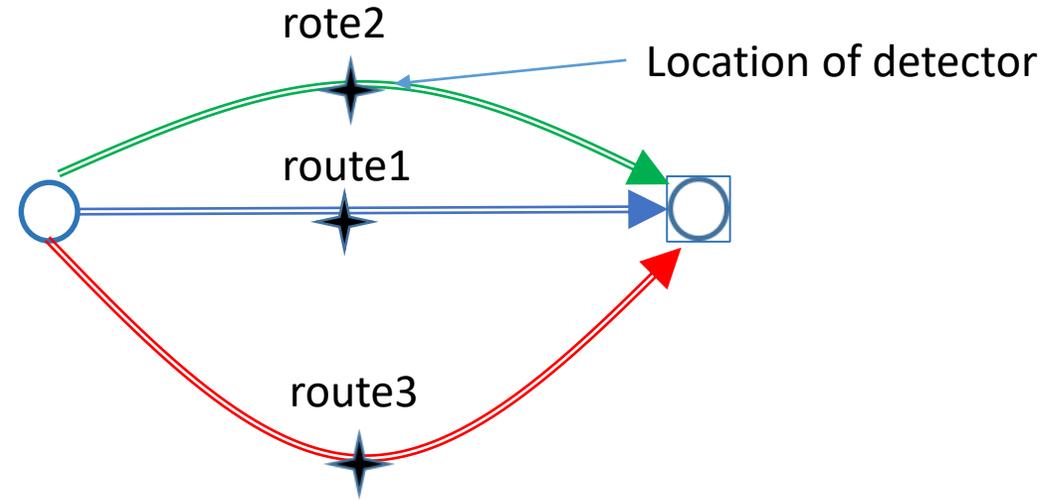
Naschモデルの特性



Closed model: 密度を徐々に増加

Open model: 流入量を徐々に増加

5. Numerical Tests

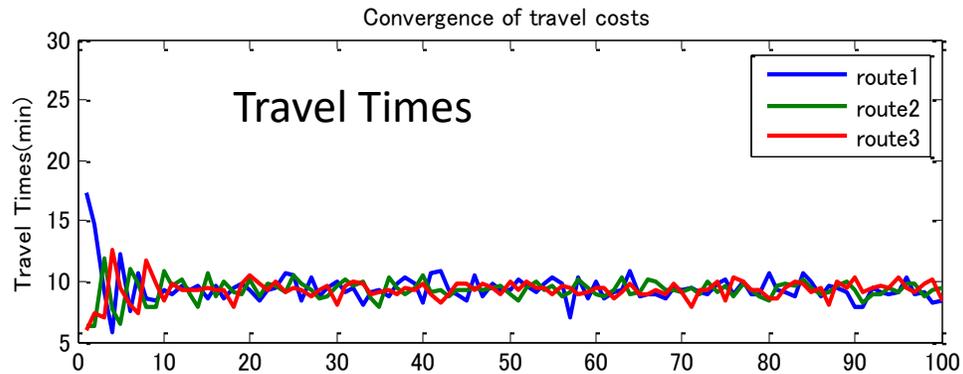
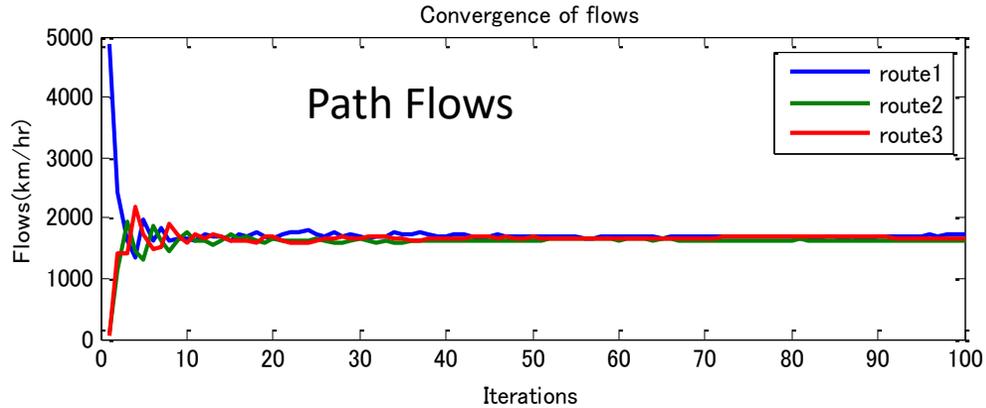


Network Conditions

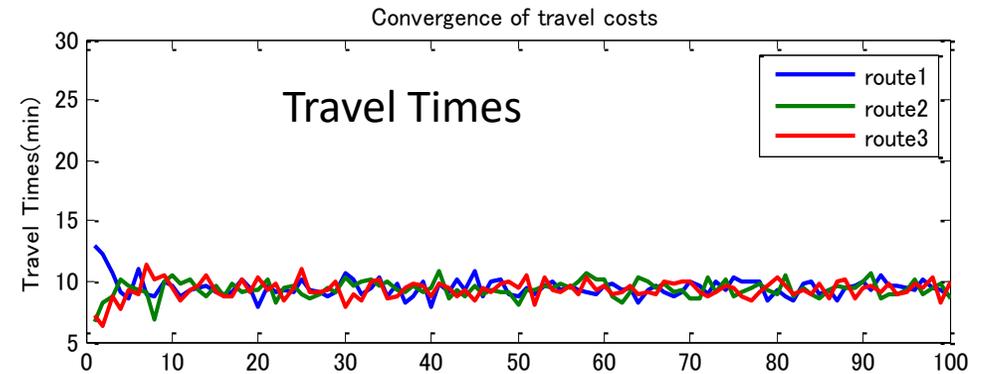
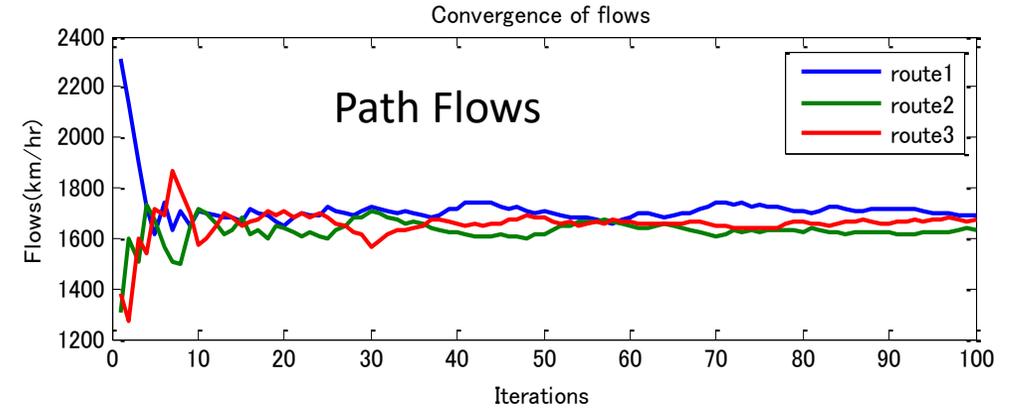
Route	Physical conditions			Boundary conditions	
	Length(m)	V_{max}	P_b	P_{ex}	P_{in}
Route 1	1000	2(54km/h)	0.2	0.5	lambda
Route 2	1500	3(81km/h)	0.2	0.5	lambda
Route 3	2000	4(108km/h)	0.2	0.5	lambda

OD Trips=5000 vph; Simulation time=3600s

Case-1: Atomic vs Non-atomic



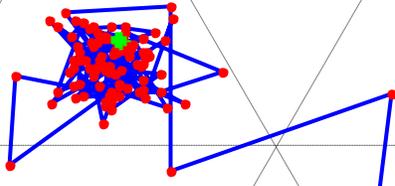
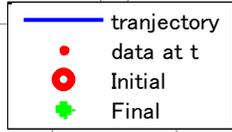
Non-atomic model



Atomic model

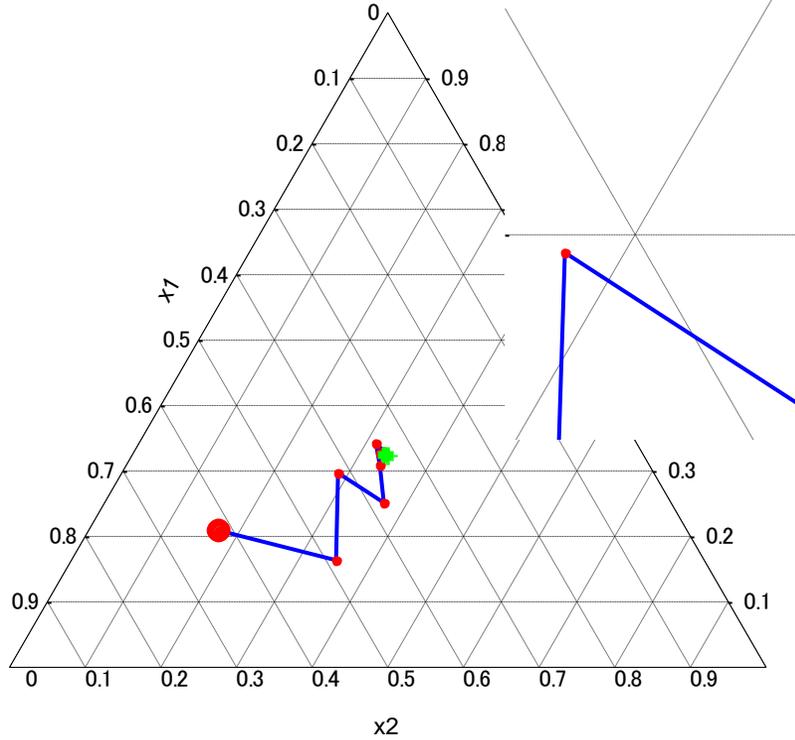
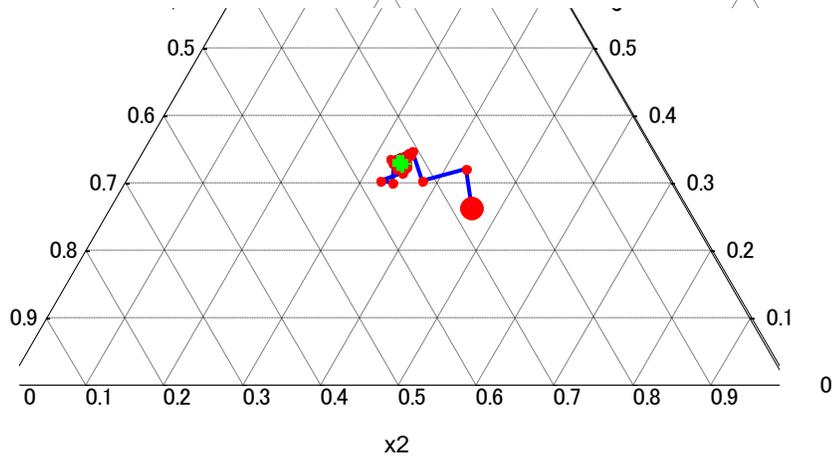
Optimal Path Finder

Search
around

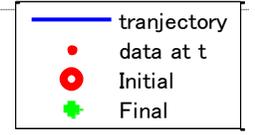
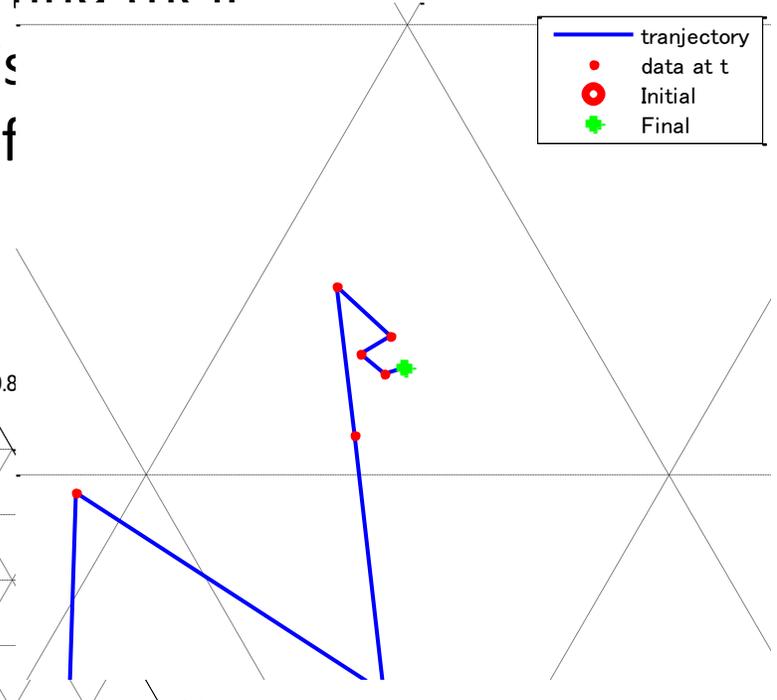


The users who could find their optimal routes are distant from the set of path-f

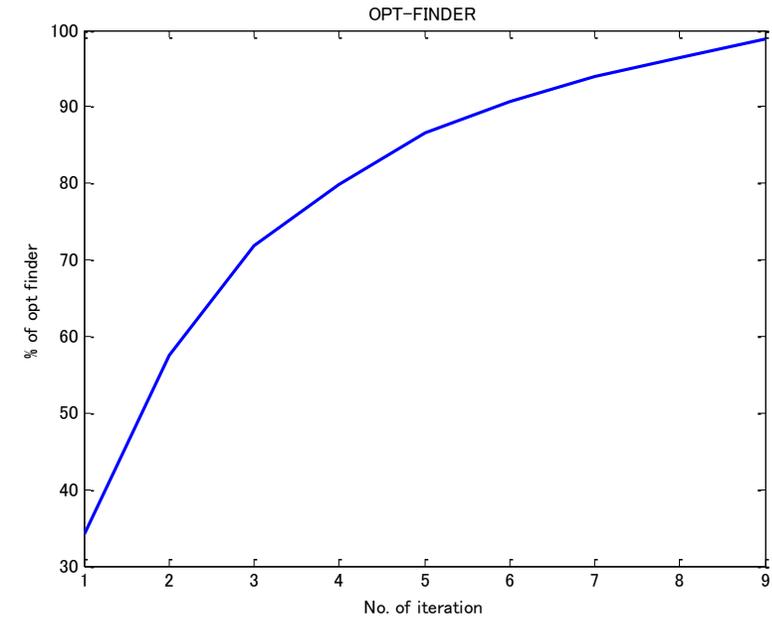
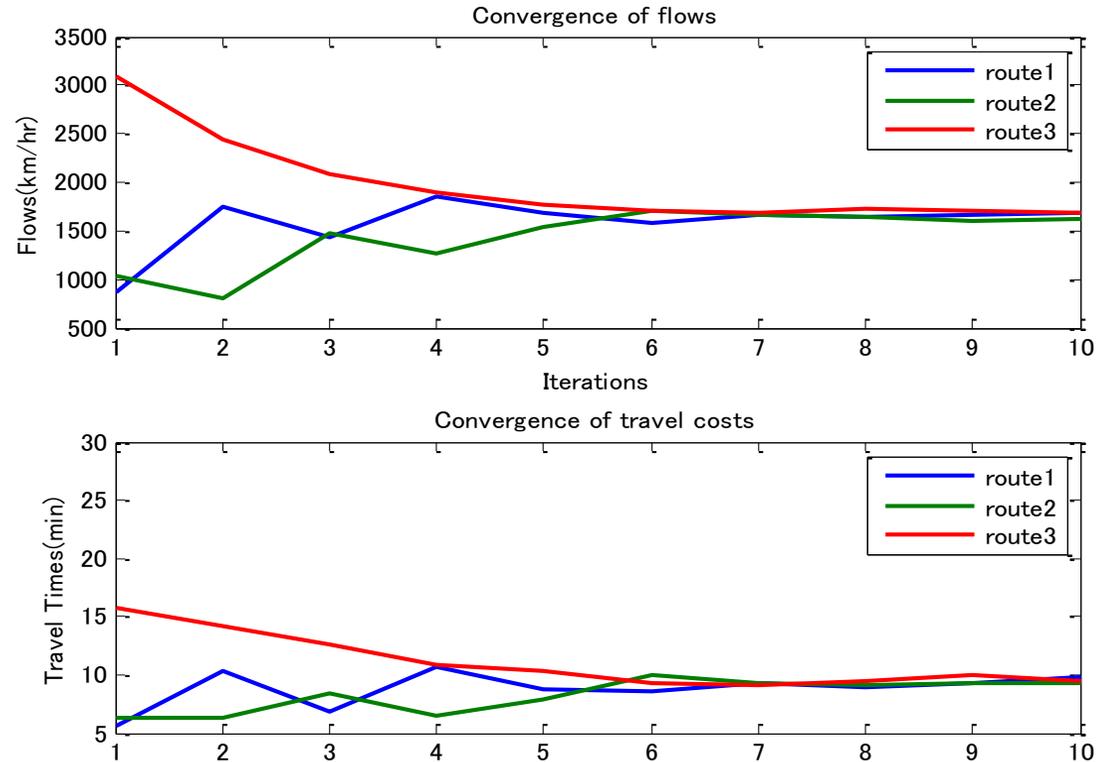
Iteration:



Iterations=10



Multi-agent Model: Opt.Path-finder

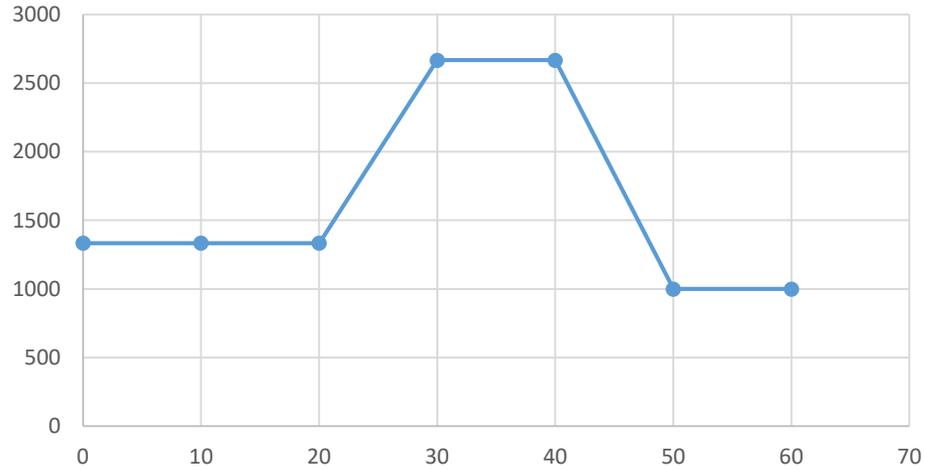


Cumulative Distribution of opt-path finders

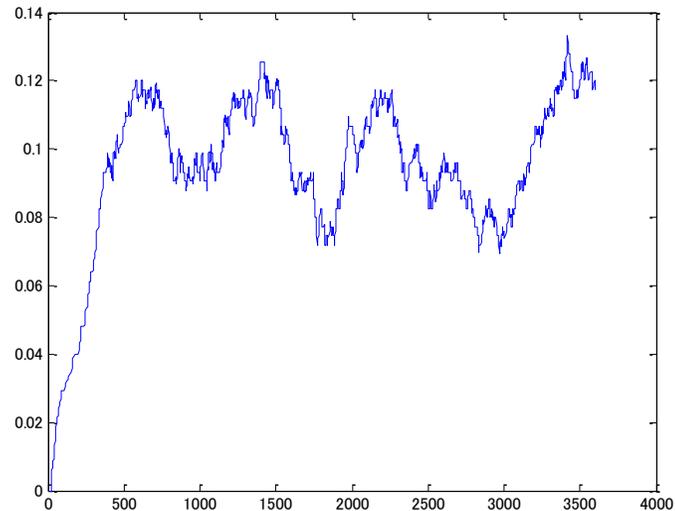
It requires a large memory, but, the efficiency in computation is remarkably increased

Case 2: Variable Demand

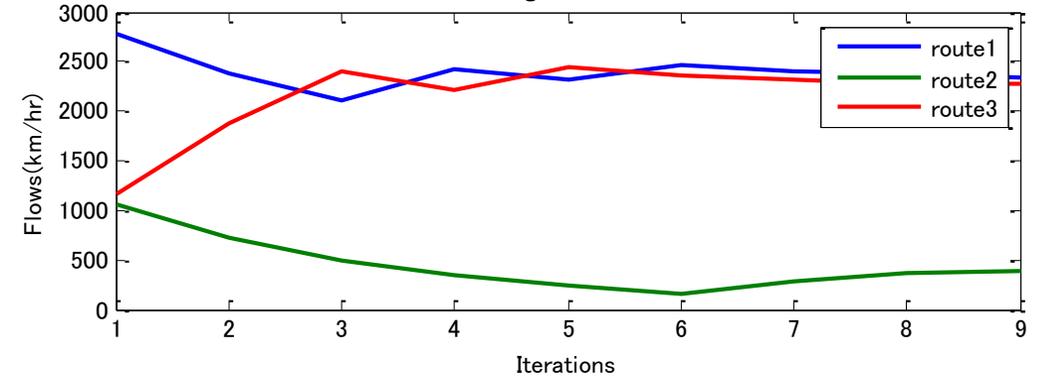
Demand



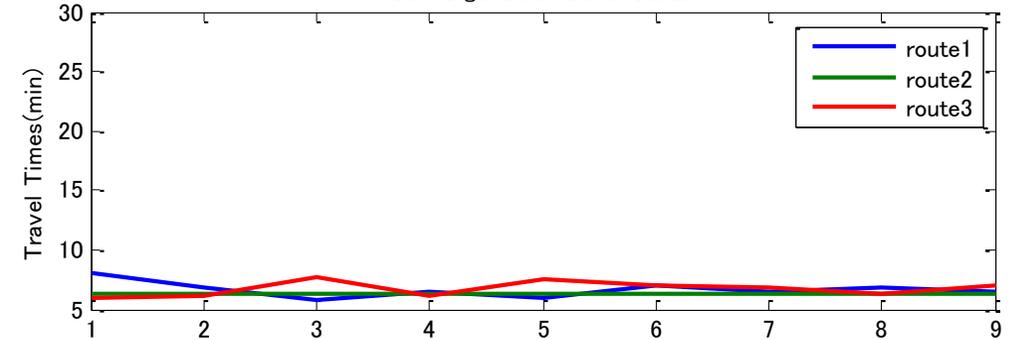
Demand Fluctuation



Convergence of flows



Convergence of travel costs



Variation in Path flows and Travel Costs
(multi-agent model)

Flow Variation in Route 2

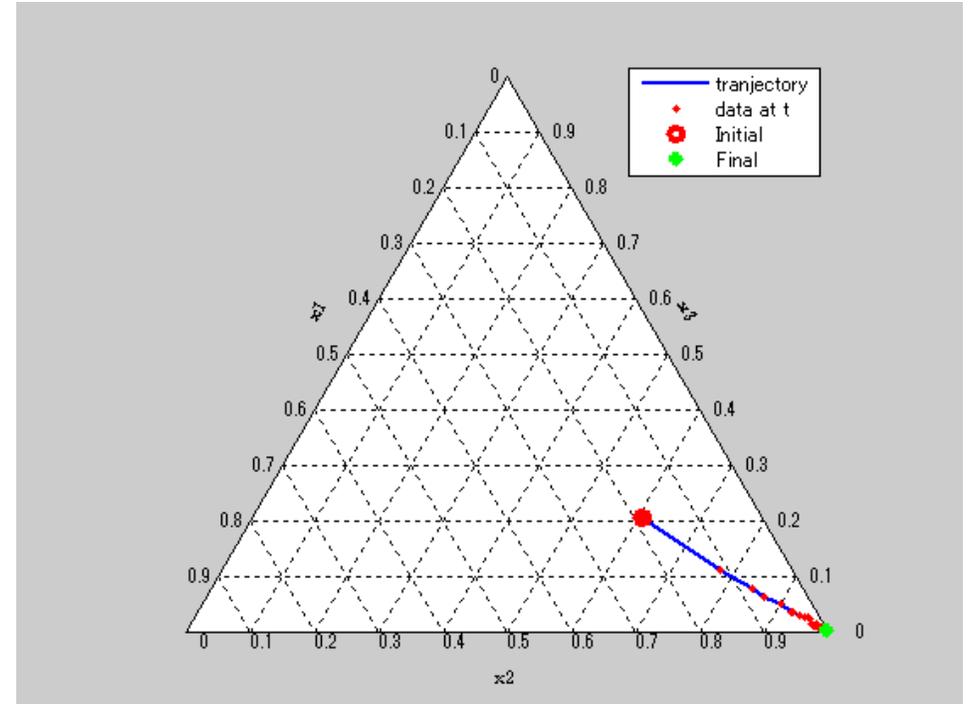
3.3 計算例2—Naive Users

シミュレーション条件

N=3000(veh/h), T=3600

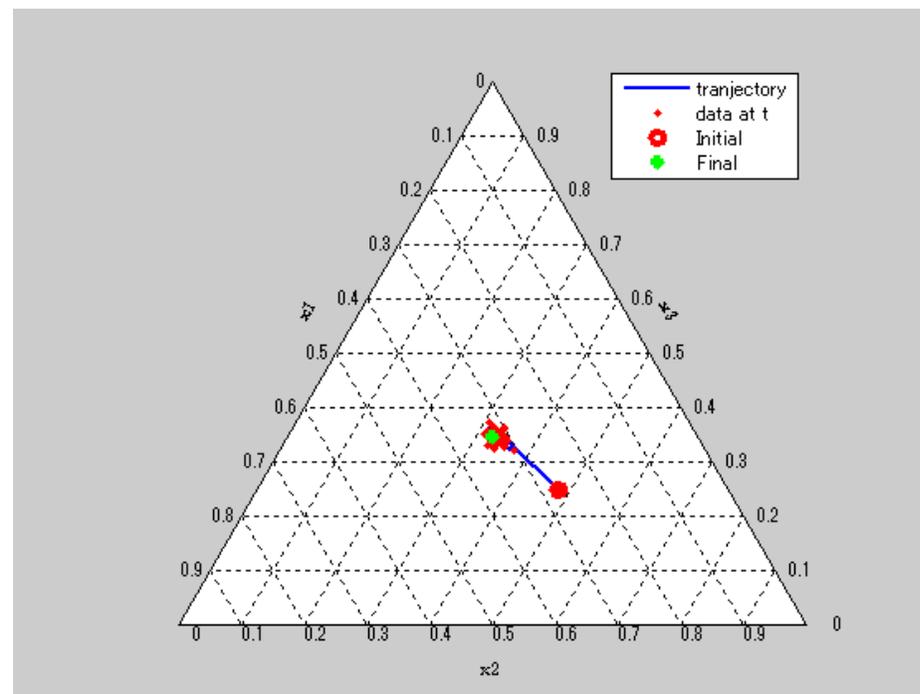
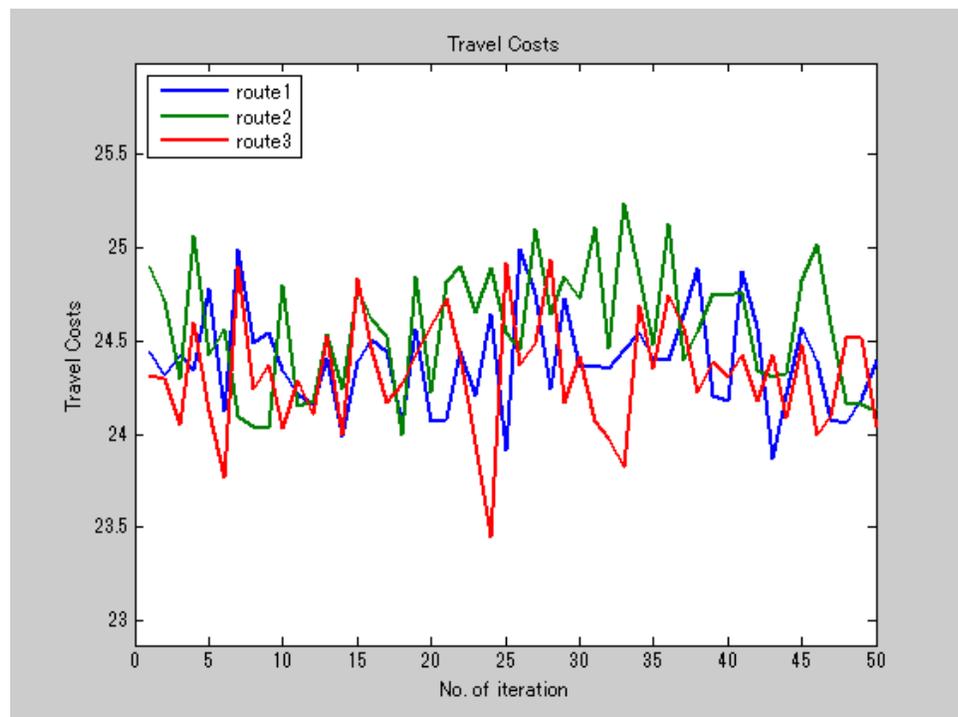
	Max Speed (km/h)	maxS	inflow pro	Break-pro	outflow pro	length
road 1	3	81	1.0	0.0	1.0	2000
road 2	2	54	1.0	0.0	1.0	2000
road 3	2	54	1.0	0.0	1.0	2000

IUEのケースとほぼ同程度の収束性を示した



シミュレーション結果:経路1のみが利用される
ケース(Iter=50)

3.3 計算例2:ノイズが大きい場合



まとめ

- 漸近的最適応答アルゴリズムは、交通システムに確率誤差が発生しないようなケース（走行時間関数で走行時間を与える場合も含む）では、効率的にWardrop均衡に収束する
- セルオートマトン交通流モデルのような偶発的速度低下を想定する場合、収束の効率性は低下する。
- 課題
- Naïve Userにおいて、経路集合が変化するとき、劣位の行動を除去する工夫が必要
- 利得推定の調整と混合戦略の調整の相対速度が関連しており、パラメータ設定が関連している。→最適なパラメータをどう設定するかについては課題を残している。